

Jak vyřešit jednoduchou rovnici s členy geometrické posloupnosti.

Zadání:

Urči první člen a kvocient geometrické posloupnosti, pro kterou platí:

$$a_1 + a_3 + a_4 = 74$$

$$a_3 + a_5 + a_6 = 666$$

1. krok:

Využijeme vztah pro n -tý člen geometrické posloupnosti $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ a každý člen posloupnosti v rovnicích vyjádříme pomocí a_1 a q .

$$a_3 = a_1 q^2 ; a_4 = a_1 q^3 ; a_5 = a_1 q^4 ; a_6 = a_1 q^5$$

2. krok:

Takto vyjádřené členy zapíšeme do soustavy:

$$a_1 + a_1 q^2 + a_1 q^3 = 74$$

$$a_1 q^2 + a_1 q^4 + a_1 q^5 = 666$$

3. krok:

V první rovnici vytkneme a_1 a v druhé $a_1 q^2$:

$$a_1 (1 + q^2 + q^3) = 74$$

$$a_1 q^2 (1 + q^2 + q^3) = 666$$

4. krok:

V případě geometrické posloupnosti rovnice vždy dělíme (závorky obsahují shodný výraz a dělením se vykrátí). Dělením získáme následující rovnost – podíl levých stran je roven podílu pravých stran

$$\frac{\cancel{a_1} q^2 (1 + q^2 + q^3)}{\cancel{a_1} (1 + q^2 + q^3)} = \frac{666}{74}$$

5. krok:

Vyřešíme jednoduchou rovnici pro q .

$$q^2 = 9 \Rightarrow q = \pm 3$$

6. krok:

Pro každou z možných hodnot kvocientu dopočítáme hodnotu prvního členu posloupnosti:

$$q = -3 \Rightarrow a_1(1 + q^2 + q^3) = 74$$

$$a_1 \cdot (-17) = 74$$

$$a_1 = -\frac{74}{17}$$

$$q = 3 \Rightarrow a_1(1 + q^2 + q^3) = 74$$

$$a_1 \cdot 37 = 74$$

$$a_1 = 2$$

7. krok:

Zapíšeme výsledky:

$$a_1 = -\frac{74}{17} ; q = -3 \text{ nebo } a_1 = 2 ; q = 3$$