

Jak určit středovou rovnici kružnice procházející třemi body.

Zadání: Urči středovou rovnici kružnice, která prochází body

$$X = [1;1], Y = [2;8], Z = [-6;2]$$

1. krok:

Středová rovnice kružnice má tvar $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$. Tuto rovnici musí splňovat všechny zadané body. Dosadíme postupně (třikrát) do rovnice za x a y souřadnice zadaných bodů (první za x a druhou za y) a tak získáme soustavu tří kvadratických rovnic.

$$(1-m)^2 + (1-n)^2 = r^2$$

$$(2-m)^2 + (8-n)^2 = r^2$$

$$(-6-m)^2 + (2-n)^2 = r^2$$

2. krok:

Závorky na levé straně každé rovnice umocníme podle vztahu $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.

$$1 - 2m + m^2 + 1 - 2n + n^2 = r^2$$

$$4 - 4m + m^2 + 64 - 16n + n^2 = r^2$$

$$36 + 12m + m^2 + 4 - 4n + n^2 = r^2$$

3. krok:

Odečteme od sebe dvakrát dvě rovnice (v našem řešení odčítáme první a druhou a první a třetí):

$$-3 + 2m - 63 + 14n = 0$$

$$-35 - 14m - 3 + 2n = 0$$

Při tomto odčítání nám ze soustavy zmizely všechny kvadratické členy (m^2 , n^2 a r^2)

4. krok:

Získanou soustavu dvou lineárních rovnic s neznámými n a m upravíme do jednoduššího tvaru.

$$2m + 14n = 66$$

$$-14m + 2n = 38$$

5. krok:

Soustavu vyřešíme:

$$n = 7m + 19$$

$$m + 7(7m + 19) = 33$$

$$m + 49m + 133 = 33$$

$$50m = -100$$

$$m = -2$$

$$n = 5$$

6. krok:

Vybereme si jednu z rovnic v 1. kroku a dosazením dopočítáme velikost poloměru:

$$(1 - m)^2 + (1 - n)^2 = r^2 \Rightarrow r^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow r = 5$$

7. krok:

Zapíšeme výsledek (středovou rovnicí kružnice):

$$(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$$