Jak řešit snadné logaritmické nerovnice - 2

Zadání: **Řeš v množině reálných čísel nerovnici:** $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq -2$

1. krok:

Sen řešitele logaritmické nerovnice je získat jeden jediný logaritmus na levé straně a jeden jediný logaritmus na pravé straně. Oba logaritmy musí mít stejné základy.

Logaritmus je funkce vyhledávající exponent k danému základu.
Podle toho číslo –2 na pravé straně nahradíme:

$$-2 = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \quad \rightarrow \quad -2 = \log_{\frac{1}{2}} 4$$

2. krok:

Získali jsme žádanou nerovnici, která má logaritmy na obou stranách:

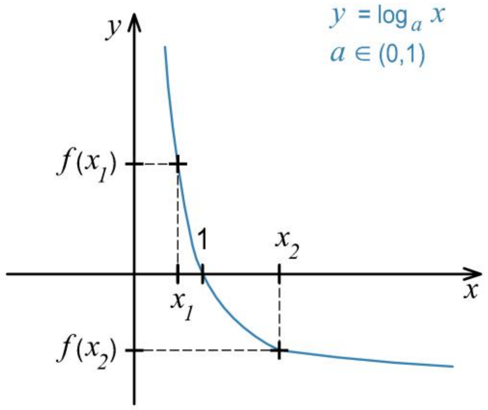
$$\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$$

3. krok:

Porovnáváme-li dva logaritmy o shodných základech, přejdeme k porovnání jejich argumentů. Musíme se podívat na základ.
A teď **POZOR**. Je-li základ **menší** než jedna (z intervalu $(0;1)$), znaménko nerovnosti se **převrací**:

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4 \quad \Leftrightarrow \quad x-3 \leq 4$$

Vysvětlení: V případě základu z intervalu $(0;1)$ se jedná o funkci klesající. Je-li x_2 větší než x_1, potom pro funkční hodnoty platí přesně opačný vztah a $f(x_2)$ je menší než $f(x_1)$.



4. krok:
Lineární nerovnici dopočítáme:

$$x-3 \le 4$$
$$x \le 7$$

5. krok:
V případě nerovnice jsou nutné podmínky. Logaritmus je definován jen pro kladné argumenty. Pro $\log_a x$ musí platit $x > 0$:

$$x-3 > 0 \quad \rightarrow \quad x > 3$$

6. krok:
Konečný výsledek je průnikem dvou intervalů z předchozích kroků:

$$P = (3;7\rangle$$

Pozor na správné závorky zleva a zprava.