

Jak řešit snadné logaritmické nerovnice - 1

Zadání: Řeš v množině reálných čísel nerovnici: $\log_3(x-1) \leq 2$

1. krok:

Sen řešitele logaritmické nerovnice je získat jeden jediný logaritmus na levé straně a jeden jediný logaritmus na pravé straně. Oba logaritmy musí mít stejné základy.

Logaritmus je funkce vyhledávající exponent k danému základu.

Podle toho číslo 2 na pravé straně nahradíme:

$$2 = \log_3 3^2 \rightarrow 2 = \log_3 9$$

2. krok:

Získali jsme kýženou nerovnici, která má logaritmy na obou stranách:

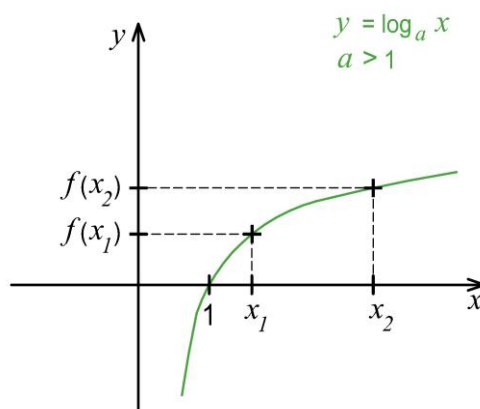
$$\log_3(x-1) \leq \log_3 9$$

3. krok:

Porovnáváme-li dva logaritmy o shodných základech, přejdeme k porovnání jejich argumentů. Musíme se podívat na základ. Je-li základ větší než jedna, znaménko nerovnosti se nezmění:

$$\log_3(x-1) \leq \log_3 9 \Leftrightarrow x-1 \leq 9$$

V případě základu většího než 1 se jedná o funkci rostoucí. Je-li x_2 větší než x_1 , potom pro funkční hodnoty platí stejný vztah a $f(x_2)$ je také větší než $f(x_1)$. To je důvod, proč znaménko neotáčíme.



4. krok:

Lineární nerovnici dopočítáme:

$$\begin{aligned}x-1 &\leq 9 \\x &\leq 10\end{aligned}$$

5. krok:

V případě nerovnice jsou nutné podmínky. Logaritmus je definován jen pro kladné argumenty. Pro $\log_a x$ musí platit $x > 0$:

$$x - 1 > 0 \quad \rightarrow \quad x > 1$$

6. krok:

Konečný výsledek je průnikem dvou intervalů z předchozích kroků:

$$P = (1; 10)$$

Pozor na správné závorky zleva a zprava.