

# Jak řešit rovnice se dvěma absolutními hodnotami

**Zadání:** Řeš v množině reálných čísel rovnici:  $|x + 2| + |x - 4| = 8$

## 1. krok:

Máme-li v rovnici dvě a více absolutních hodnot, nevedeme řešení přes geometrický význam. Postupujeme algebraicky. Hledám, jak a kde odstranit absolutní hodnoty a nahradit je výrazem z vnitřku absolutní hodnoty.

Pro absolutní hodnotu platí:  $|a| = a$  pro  $a \geq 0$   
 $|a| = -a$  pro  $a < 0$

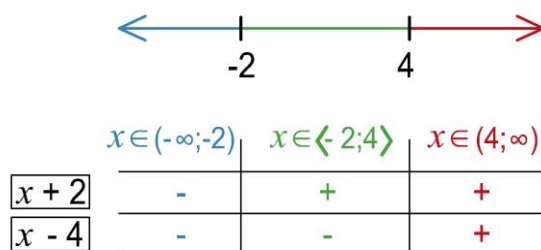
Pro každou absolutní hodnotu z naší rovnice najdeme její nulový bod.

Pro první absolutní hodnotu:  $x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

Pro druhou absolutní hodnotu:  $x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$

## 2. krok:

Dva nulové body nám rozdělí celou číselnou osu na tři intervaly. Potřebujeme zjistit u každého z výrazů, jestli je na daném intervalu kladný nebo záporný. To zjistíme dosazením prvku z intervalu do výrazu. Dosazujeme například čísla  $-5$ ,  $0$  a  $6$ .



## 3. krok:

Na každém intervalu podle znaménka odstraníme absolutní hodnoty a získáme tak tři lineární rovnice.

Na prvním intervalu jsou znaménka minus a minus. Obě dvě absolutní hodnoty nahrazujeme výrazem opačným.

a)  $x \in (-\infty; -2)$

$$(-x - 2) + (-x + 4) = 8$$

Na druhém intervalu jsou znaménka plus a minus. První absolutní hodnotu nahradíme výrazem z jejího vnitřku beze změny, druhou nahrazujeme opačným výrazem.

b)  $x \in \langle -2; 4 \rangle$

$$(x + 2) + (-x + 4) = 8$$

Nejjednodušší to máme na třetím intervalu. Tady vyšla znaménka plus a plus. Absolutní hodnoty nahradíme výrazem z jejich vnitřků a nic neměníme.

$$c) x \in (4; \infty)$$

$$(x+2) + (x-4) = 8$$

Poznámka. Závorky intervalů v nulových bodech volíme tak, aby intervaly na sebe plynule navazovaly. Jednou otevřená a jednou uzavřená.

#### 4. krok:

Nahrazením absolutních hodnot jsme získali tři obyčejné lineární rovnice a ty dořešíme. U každého výsledku ověříme, zda leží v počítaném intervalu, a pro jistotu uděláme zkoušku.

$$a) x \in (-\infty; -2)$$

$$(-x-2) + (-x+4) = 8$$

$$-x-2-x+4 = 8$$

$$-2x = 6$$

$$x = -3$$

Kořen leží v uvažovaném intervalu, to je v pohodě.

$$\text{Zkouška: } L(-3) = 1 + 7 = 8 = P(-3)$$

$$K_a = \{-3\}$$

$$b) x \in \langle -2; 4 \rangle$$

$$(x+2) + (-x+4) = 8$$

$$x+2-x+4 = 8$$

$$6 = 8$$

Zmizelo nám  $x$  a získali jsme evidentní nerovnost (nepravdu).

$$K_b = \emptyset$$

$$c) x \in (4; \infty)$$

$$(x+2) + (x-4) = 8$$

$$x+2+x-4 = 8$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

Kořen leží v uvažovaném intervalu, to je OK.

$$\text{Zkouška: } L(5) = 7 + 1 = 8 = P(5)$$

$$K_c = \{5\}$$

#### 5. krok:

Výpočet zakončíme vyjádřením množiny všech kořenů:

$$K = \{-3; 5\}$$