

Jak převést obecnou rovnici hyperboly na rovnici středovou.

Zadání: Rovnici hyperboly $H : 9x^2 - 16y^2 - 54x - 128y - 319 = 0$ převed' na středový tvar, urči souřadnice jejího středu a velikost hlavní a vedlejší poloosy.

1. krok:

Změníme uspořádání členů, členy s x seřadíme za sebou a stejně tak spojíme členy s y .

$$H : 9x^2 - 54x - 16y^2 - 128y - 319 = 0$$

Z prvních dvou členů vytkneme číslo 9 a z dalších dvou číslo -16 .

$$H : 9(x^2 - 6x) - 16(y^2 + 8y) - 319 = 0$$

2. krok:

Naším cílem je získat tvar $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$. Když umocníme $(x-m)^2$, získáme

trojčlen $x^2 - 2mx + m^2$. Z tohoto trojčlenu my v naší úloze známe jen první dva členy. Třetí si musíme domyslet:

$$x^2 - 6x + 9$$

Stačí si pamatovat, že číslo před x vydělíme dvěma a umocníme na druhou a to, co vyjde, přičteme.

3. krok:

Protože však nesmíme hodnotu zadaného výrazu nijak měnit, tak to, co jsme připočetli, zase pěkně ihned neutralizujeme. Pozor. My přidáváme nějakou hodnotu do závorky, která je násobená nenulovým číslem. To, co přidáváme k hodnotě celého výrazu, je součin čísla před závorkou (i se znaménkem) a čísla, které jsme do závorky přidali. Tento součin musíme kompenzovat odečtením nebo přičtením (u hyperboly na rozdíl od kružnice nebo elipsy musíme dávat velký pozor na znaménka). Výpočet pak vypadá takto:

$$H : 9(x^2 - 6x + 9) - 9 \cdot 9 - 16(y^2 + 8y + 16) + 16 \cdot 16 - 319 = 0$$

4. krok:

Závorky s trojčleny převedeme na druhou mocninu součtu nebo rozdílu a čísla mezi závorkami a před rovníčkem přemístíme na pravou stranu rovnice.

$$H : 9(x-3)^2 - 16(y+4)^2 = 81 - 256 + 319$$

5. krok:

Čísla na pravé straně sečteme a odečteme a získanou hodnotou celou rovnici podělíme.

$$H : 9(x-3)^2 - 16(y+4)^2 = 144 \quad /:144$$

$$H : \frac{(x-3)^2}{16} - \frac{(y+4)^2}{9} = 1$$

6. krok:

Získali jsme středový tvar rovnice hyperboly. Číslo pod zlomkovou čarou před znaménkem minus je druhá mocnina délky hlavní poloosy a číslo pod zlomkovou čarou za znaménkem minus je druhá mocnina délky vedlejší poloosy.

$$H : \frac{(x-3)^2}{16} - \frac{(y+4)^2}{9} = 1$$

$$S [3; -4]; a = 4 ; b = 3$$