

Jak převést obecnou rovnici elipsy na rovnici středovou.

Zadání: Rovnici elipsy $E : 9x^2 + 16y^2 + 18x - 160y + 265 = 0$ převed' na středový tvar, urči souřadnice jejího středu a velikost hlavní a vedlejší poloosy.

1. krok:

Změníme uspořádání členů, členy s x seřadíme za sebou a stejně tak spojíme členy s y .

$$E : 9x^2 + 18x + 16y^2 - 160y + 265 = 0$$

Z prvních dvou členů vytkneme číslo 9 a z dalších dvou číslo 16.

$$E : 9(x^2 + 2x) + 16(y^2 - 10y) + 265 = 0$$

2. krok:

Naším cílem je získat tvar $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$. Když umocníme $(x-m)^2$, získáme

trojčlen $x^2 - 2mx + m^2$. Z tohoto trojčlenu my v naší úloze známe jen první dva členy. Třetí si musíme domyslet:

$$x^2 + 2x + 1$$

Stačí si pamatovat, že číslo před x vydělíme dvěma a umocníme na druhou a to, co vyjde, přičteme.

3. krok:

Protože však nesmíme hodnotu zadaného výrazu nijak měnit, tak to, co jsme připočetli, zase pěkně ihned odečteme. Pozor. My přidáváme nějakou hodnotu do závorky, která je násobená nenulovým číslem. To, co přidáváme k hodnotě celého výrazu, je součin čísla před závorkou a čísla, které jsme do závorky přidali. Tento součin musíme odečtením kompenzovat. Výpočet pak vypadá takto:

$$E : 9(x^2 + 2x + 1) - 9 \cdot 1 + 16(y^2 - 10y + 25) - 16 \cdot 25 + 265 = 0$$

4. krok:

Závorky s trojčleny převedeme na druhou mocninu součtu nebo rozdílu a čísla mezi závorkami a před rovnítkem přesuneme na pravou stranu rovnice.

$$E : 9(x+1)^2 + 16(y-5)^2 = 9 + 400 - 265$$

5. krok:

Čísla na pravé straně sečteme a odečteme a získanou hodnotou celou rovnici podělíme.

$$E: 9(x+1)^2 + 16(y-5)^2 = 144 \quad /:144$$

$$E: \frac{(x+1)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{9} = 1$$

6. krok:

Získali jsme středový tvar rovnice elipsy. Větší z čísel pod zlomkovou čarou na levé straně je druhá mocnina délky hlavní poloosy a menší je druhá mocnina délky vedlejší poloosy.

$$E: \frac{(x+1)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{9} = 1$$

$$S[-1;5]; a = 4 ; b = 3$$