

Test ze středoškolské matematiky – úroveň 2 – řešení

Každá otázka je za 1 bod, celkový počet bodů je 20.

1. Řeš v množině komplexních čísel rovnici  $x^2 + 2x + 5 = 0$ . Rovnice:

**c) má dvě řešení**

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16i^2}}{2} = \frac{-2 \pm 4i}{2}$$

$$x_1 = -1 - 2i; x_2 = -1 + 2i$$

Správná odpověď je c)

2. Kružnice  $k: x^2 + y^2 = 25$  má s přímkou  $p: y = 4$  společné body:

**a)  $P_1 = [-3; 4], P_2 = [3; 4]$**

Dosadíme za  $y$ :  $x^2 = 9, x = \pm 3$

Správná odpověď je a)

3. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma mincemi padne na obou panna:

**d) jedna čtvrtina**

Celkem jsou 4 možnosti: první mince orel druhá orel, první mince orel druhá panna, první mince panna druhá orel, první mince panna druhá panna. Příznivá je přesně jedna možnost. Pravděpodobnost určíme dělením.

Správná odpověď je d)

4. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu hrací kostkou padne sudý počet ok:

**c) jedna polovina**

Celkem je 6 možností. Příznivé jsou tři, což je přesně jedna polovina.

Správná odpověď je c)

5. Pan Ryšavý a jeho manželka jdou do divadla se svými třemi dětmi. Jejich sedadla jsou v jedné řadě všechny vedle sebe. Kolika různými způsoby se mohou na sedadlech rozmístit:

**d) sto dvaceti**

Na první místo si může sednout 5 lidí, na druhé už jen 4, na třetí jen 3, na čtvrté jen dva a na páté na koho zbude. Počet všech možných rozsazení je  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ . Pro znalce jsou to permutace.

Správná odpověď je d)

6. Je větší objem koule s průměrem 40 cm nebo objem krychle o délce hrany 20 cm:

**b) větší je objem koule**

Objem krychle se určí ze vztahu  $V_1 = a^3$  a objem koule  $V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3$ . Délka hrany krychle je 20 cm, poloměr koule je také 20 cm. Bez počítání je vidět, že objem koule je větší.

Správná odpověď je b)

7. Komplexně sdružené číslo k číslu  $z = 2 - 3i$  je číslo:

b)  $2 + 3i$

Ke komplexnímu číslu  $z = a + bi$  je číslo komplexně sdružené  $\bar{z} = a - bi$

Správná odpověď je b)

8. Číslo  $\binom{6}{4}$  je rovno:

b)  $\binom{6}{2}$

Jedná se o kombinační číslo. Platí:  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \Rightarrow \binom{6}{4} = \binom{6}{2}$

Správná odpověď je b)

9. Jsou dány kružnice  $k_1$  se středem  $S_1$  a poloměrem  $r_1 = 4$  cm a kružnice  $k_2$  se středem  $S_2$  a poloměrem  $r_2 = 6$  cm. Vzdálenost středů  $|S_1S_2|$  je 11 cm. Kružnice jsou:

d) podobné (stejnolehlé)

Každé dvě kružnice jsou stejnohlé.

Správná odpověď je b)

10. Vektory  $\vec{u} = (2;1)$  a  $\vec{v} = (6;3)$ :

a) mají stejný směr

Druhý vektor je násobkem prvního. Z toho plyne, že mají stejný směr, druhý je dvakrát delší.

Správná odpověď je b)

11. Velikost vektoru  $\vec{u} = (3;4)$  je:

c) 5

Výpočet velikosti vektoru je postaven na využití Pythagorovy věty.

$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{9+16} = 5$$

Správná odpověď je c)

12. Jaká je hodnota výrazu  $4i^2 + 5$ :

b) 1

Teorie komplexních čísel je odvozena od existence odmocniny z minus jedné, která se označuje jako  $i$ . Potom musí platit  $i^2 = -1$ . Když dosadíme do našeho výrazu dostaneme:  
 $-4 + 5 = 1$

Správná odpověď je b)

13. Rovnice  $3x + 2y + 3z + 5 = 0$  je rovnicí:

c) roviny v prostoru

Obecná rovnice roviny v prostoru je:  $ax + by + cz + d = 0$

Správná odpověď je c)

14. Pan Novák si uloží na účet s 5% úrokem 100 000 Kč. Kolik korun si může vybrat za 10 let:

a) 162 890 Kč

$$a_n = 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{10} \doteq 162\,889$$

$$a_{10} = a_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{10}$$

Správná odpověď je a)

15. Rozvoj  $(a + b)^n$  se nazývá:

b) binomická věta

Správná odpověď je b)

16. Posloupnost daná výčtem prvních několika členů 3, 5, 7, 9, 11, 13, ... se nazývá

d) aritmetická

Každý nový člen posloupnosti dostaneme přičtením difference  $d$  k předchozímu členu. V našem případě je  $d = 2$ .

Správná odpověď je d)

17. Je-li v geometrické posloupnosti první člen 2 a kvocient je 3, pak je čtvrtý člen roven číslu:

a) 54

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_4 = a_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54$$

Správná odpověď je b)

18. Součtem všech sudých čísel od 0 do 100 (včetně) dostaneme číslo:

**b) 2 550**

Jedná se o součet  $n$  členů aritmetické posloupnosti. Vzorec pro výpočet součtu je:

$$s_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

V našem příkladě je první číslo 2, poslední 100, počet členů posloupnosti je 50.

$$s_n = \frac{2+100}{2} \cdot 50 = 2\,550$$

Správná odpověď je b)

19. Negace výroku „opiji se a bude mi špatně“ je výrok:

**b) neopiji se nebo mi nebude špatně**

Negací (opakem) konjunkce (spojka a) je disjunkce (spojka nebo):

$$(A \wedge B)' = A' \vee B'$$

Správná odpověď je b)

20. Negace výroku „správně mám nejvýše šest odpovědí“ je výrok:

**c) správně mám nejméně sedm odpovědí**

Správná odpověď je c)

Tabulka pro vyhodnocení:

Matematika – 04 – SŠ

Body	Známka	Hodnocení
17 – 20	1	Dokonalé. Můžeš jít rovnou na „matfyz“.
13 – 16	2	Velká pochvala. Tohle už je náročná matematika.
7 – 12	3	Stále na pochvalu. Zapojil(a) jsi zbytky inteligence a docela to vyšlo.
3 – 6	4	Aspoň něco. Středoškolské úlohy už nejsou žádná legrace.
0 – 2	5	To už je na tebe moc. Ale i tak pochvala za pokus a odvalu.