

1. Jsou dána čísla $s = 9 \cdot 10^{180}$, $t = 54 \cdot 10^{160}$. Ve stejném tvaru (součin co nejmenšího přirozeného čísla a mocniny deseti) uveďte čísla a , b :

1. $a = s : 45$

2. $b = s^2 : t$

2. Pro $a > 0$ zjednodušte výraz:

$$\frac{(a^2 - 2)^2 - 4}{a^4 + 2a^3}$$

3. Posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je určena vzorcem $a_n = \frac{300n}{n^2 + 1}$.

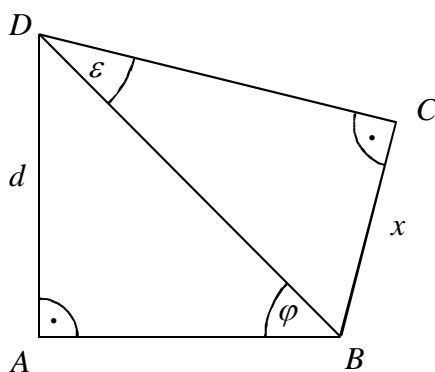
1. Kolik členů posloupnosti je větších než $\frac{3}{5}$?

2. Vypočítejte limitu a_n pro $n \rightarrow +\infty$

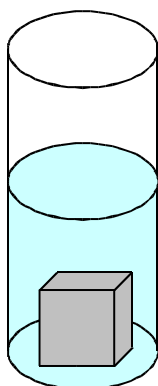
4. V R řešte:

$$x \log 4^{x+1} = (x+1) \log 8$$

5. Je dán čtyřúhelník $ABCD$ (viz obrázek). Strana BC má délku x , strana AD délku d , velikosti úhlů BDC a ABD jsou ε a φ , vnitřní úhly při vrcholech A a C jsou pravé. Vyjádřete délku x v závislosti na veličinách ε , φ a d .



6. V nádobě tvaru válce o poloměru podstavy 5 cm sahá voda do výšky 20 cm. Ponořením ocelové krychle hladina stoupne o 4 cm. Kolik centimetrů měří hrana krychle? Údaj zaokrouhlete na jedno desetinné místo.



7. Ze vztahu $y = \frac{x+2}{x+3}$ vyjádřete pro přípustné hodnoty y proměnnou x .

8. Reálná funkce f s reálnou proměnnou x je dána předpisem:

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x+3}$$

1. Určete průsečíky X a Y grafu funkce f s osami souřadnic x a y .
2. Sestrojte graf funkce f .

9. Kružnice k se středem S je vepsána do čtverce s vrcholy $A[-4; 0]$, $B[2; -2]$, $C[4; 4]$ a $A[-2; 6]$.

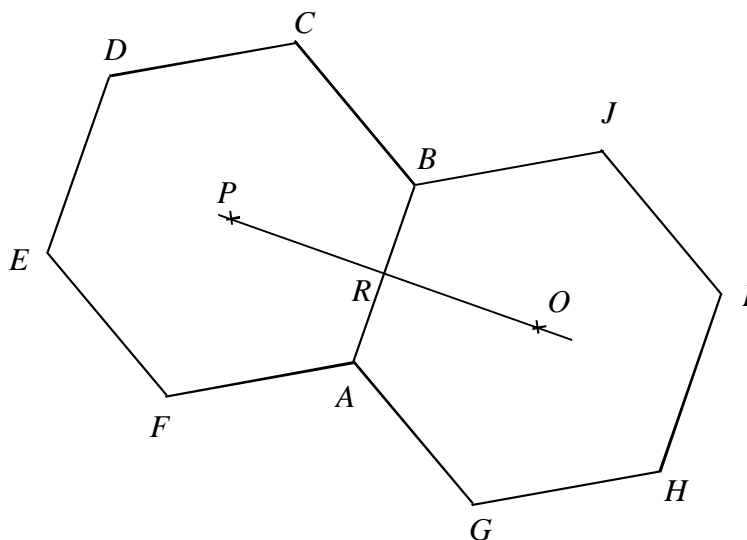
1. Proved'te náčrtek.
2. Určete souřadnice středu S , poloměr r a rovnici kružnice k .

10. Během prvních 5 dnů se vyrobilo denně v průměru o čtvrtinu výrobků méně, než se vyrobilo v každém z 10 následujících dnů. Celkem se vyrobilo 2 200 výrobků. Kolik výrobků z tohoto počtu připadá na prvních 5 dnů? Uveďte celý postup řešení!

11. K výrazům 1 – 3 přiřaďte ekvivalentní vyjádření z nabídky A – E pro libovolné $x \in \mathbb{R}$.

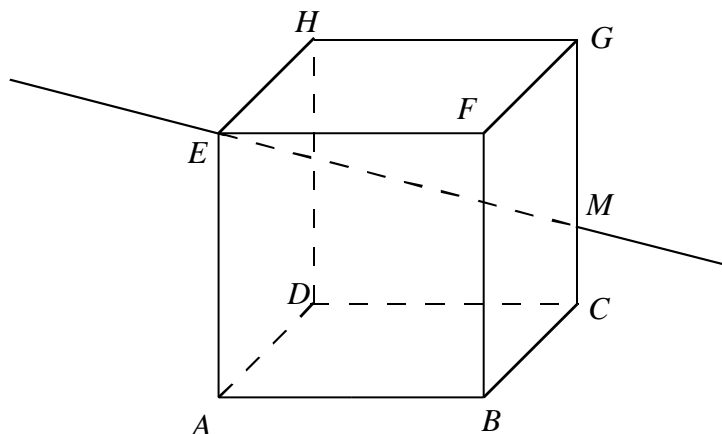
- | | |
|------------------------------|------------------|
| 1. $(\cos x - \sin x)^2$ | A) 1 |
| 2. $\cos^2(-x) + \sin^2(-x)$ | B) -1 |
| 3. $1 - \cos 2x$ | C) $1 - \sin 2x$ |
| | D) $2\sin^2 x$ |
| | E) není uvedeno |

12. V předpisech zobrazení 1 – 3 doplňte podle obrázku chybějící symboly z nabídky A – E.



- | | |
|---|---------|
| 1. Ve středové souměrnosti se středem R se úsečka AE zobrazí na _____. | A) AB |
| 2. V osové souměrnosti s osou _____ se úsečka DG zobrazí na úsečku IF . | B) AC |
| 3. V otočení se středem F o úhel $\alpha = 60^\circ$ se úsečka PO zobrazí na _____. | C) BI |
| | D) EB |
| | E) EC |

13. Bod M je vnitřním bodem hrany CG krychle $ABCDEFGH$. Na které přímce určené vrcholy krychle leží průsečík přímky EM s rovinou ABD .



- A) na přímce AC
- B) na přímce AD
- C) na přímce BC
- D) na přímce CD
- E) na jiné přímce

14. Jaká je odchylka φ přímky $p: x\sqrt{3} + y = 0$ a přímky $q: x = \sqrt{3}$?

- A) $\varphi = 90^\circ$
- B) $\varphi = 60^\circ$
- C) $\varphi = 45^\circ$
- D) $\varphi = 30^\circ$
- E) Přímky jsou rovnoběžné

15. Určete součet s nekonečné geometrické řady $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$, kde pro všechna přirozená čísla n platí:

$$a_n = \frac{4^{n-1}}{2^{3n}}$$

- A) součet neexistuje
- B) $s = \frac{3}{4}$
- C) $s = \frac{3}{16}$
- D) $s = \frac{1}{4}$
- E) jiná reálná hodnota

16. Pro všechny reálné hodnoty proměnné x platí:

$$(x+m)(x-2) = x^2 + bx + 8$$

Který zápis bude po dosazení vypočtených hodnot b, m pravdivý?

- A) $b = m + 2$
- B) $b < m$
- C) $b - 2m = 0$
- D) $b > 0$
- E) $b = 2 - m$

17. Značka automobilu se skládá ze šesti znaků. První tři znaky jsou některá z písmen ABCDEF a po nich následuje trojčíslí z číslic 0 a 9. (Znaky se mohou ve značce opakovat, takže existuje například značka ABA020.) Jaký maximální počet aut lze takto označit, když žádná dvě auta nesmí mít stejnou značku?

- A) 1 216
- B) 27 000
- C) 35 568
- D) 157 464
- E) 216 000

18. Ve firmě jsou zaměstnanci rozděleni do dvou skupin. V první skupině mají zaměstnanci průměrný měsíční plat 45 000 korun, ve druhé pobírají měsíčně průměrně 30 000 korun. Průměrný měsíční plat všech zaměstnanců firmy je 32 400 korun. Kolik procent zaměstnanců je zařazeno do druhé skupiny?

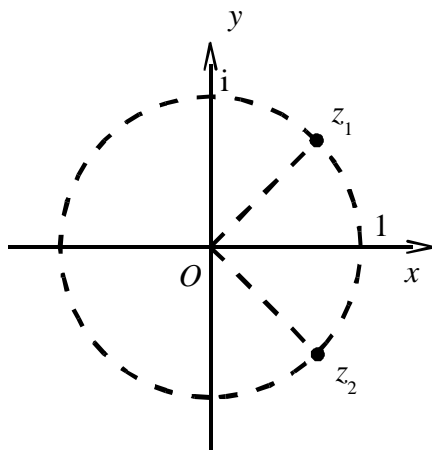
- A) méně než 75 %
- B) alespoň 75 %, ale méně než 80 %
- C) alespoň 80 %, ale méně než 85 %
- D) alespoň 85 %, ale méně než 90 %
- E) nejméně 90 %

19. Martin si půjčil částku 42 000 korun. Na konci každého úrokovacího období splatil 6 000 korun. Po pěti splátkách se dlužná částka snížila na 20 000 korun. Kolik procent z dosud zaplacených peněz šlo na platbu úroků?

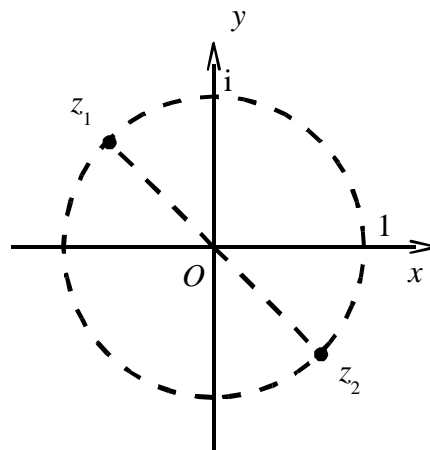
- A) téměř 24 %
- B) téměř 27 %
- C) 30 %
- D) asi 33 %
- E) jiný počet

20. Hledáme komplexní číslo, jehož druhá mocnina je rovna číslu i (tj. imaginární jednotce). Na kterém z obrázků jsou zobrazena obě komplexní čísla z_1, z_2 s touto vlastností?

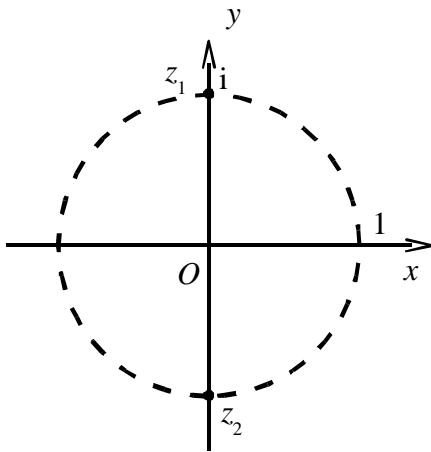
A)



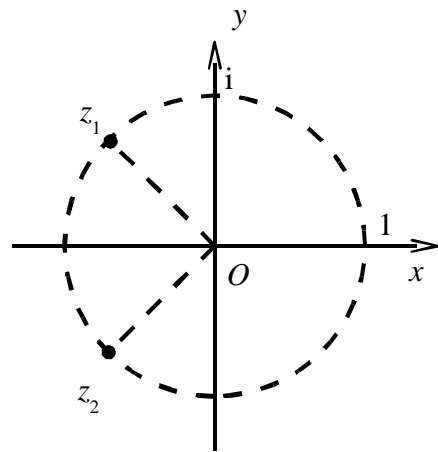
B)



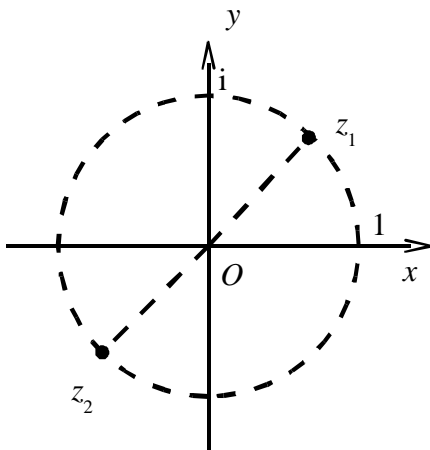
C)



D)



E)



21. Přirozené číslo n má na předposledním místě pětku a zbývajících 29 cifer tvoří dvojky. O každém z následujících tvrzení 1 – 4 rozhodněte, je-li pravdivé (Ano), nebo je nepravdivé (Ne).

1. Číslo n je dělitelné čtyřmi.
2. Číslo n je dělitelné osmi.
3. Číslo n je dělitelné devíti.
4. Číslo n je dělitelné šesti.