

Úpravy výrazů 01 - řešení

1. Doplňte tak, aby rovnost byla pokaždé splněna:

a) $\left(\frac{1}{2}x - \dots\right)^2 = \dots - \dots + \frac{1}{9}y^2$ b) $\left(\frac{3}{2}a + \dots\right)^2 = \dots + 3a^3 + \dots$
c) $\left(\dots - \frac{1}{4}\right)^2 = \dots - x^2 + \dots$ d) $(3ab - \dots)^2 = \dots - 3a^2b + \dots$

a) $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}xy + \frac{1}{9}y^2$

b) $\left(\frac{3}{2}a + a^2\right)^2 = \frac{9}{4}a^2 + 3a^3 + a^4$

c) $\left(2x^2 - \frac{1}{4}\right)^2 = 4x^4 - x^2 + \frac{1}{16}$

d) $\left(3ab - \frac{1}{2}a\right)^2 = 9a^2b^2 - 3a^2b + \frac{1}{4}a^2$

Základní vzorce:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

2. Doplňte tak, aby rovnost byla pokaždé splněna:

a) $\left(\frac{1}{3}x - \dots\right)^2 = \dots - \dots + \frac{9}{4}y^2$ b) $\left(\frac{1}{2}x - \dots\right)^2 = \dots - x^3 + \dots$
c) $\left(\dots - \frac{1}{4}\right)^2 = \dots - y^3 + \dots$ d) $(4xy + \dots)^2 = \dots + 3xy^2 + \dots$

a) $\left(\frac{1}{3}x - \frac{3}{2}y\right)^2 = \frac{1}{9}x^2 - xy + \frac{9}{4}y^2$

b) $\left(\frac{1}{2}x - x^2\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - x^3 + x^4$

c) $\left(2y^3 - \frac{1}{4}\right)^2 = 4y^6 - y^3 + \frac{1}{16}$

d) $\left(4xy + \frac{3}{8}y\right)^2 = 16x^2y^2 + 3xy^2 + \frac{9}{64}y^2$

3. Vypočítej bez použití kalkulačky:
$$\left[\frac{\frac{1}{3} + \sqrt{0,25}}{\frac{4}{5} - \frac{\sqrt[3]{27}}{7}} : \frac{\frac{5}{\sqrt{36}} - \frac{7}{4^2 - 2^2}}{\frac{5}{7} - 0,6} - \left(\sqrt{\frac{49}{9}} - \frac{17}{13} \right) \right]^2$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{\frac{4}{5} - \frac{3}{7}} : \frac{\frac{5}{6} - \frac{7}{12}}{\frac{5}{7} - \frac{3}{5}} - \left(\frac{7}{3} - \frac{17}{13} \right) \right]^2 = \left[\frac{\frac{2+3}{6}}{\frac{28-15}{35}} : \frac{\frac{25-21}{35}}{\frac{10-7}{12}} - \left(\frac{91-51}{39} \right) \right]^2 = \\ & = \left[\frac{\frac{5}{13} - \frac{4}{3}}{\frac{35}{12}} - \frac{40}{39} \right]^2 = \left[\frac{5 \cdot 35 \cdot 4 \cdot 12}{6 \cdot 13 \cdot 35 \cdot 3} - \frac{40}{39} \right]^2 = \left[\frac{40}{39} - \frac{40}{39} \right]^2 = 0 \end{aligned}$$

4. Doplňte tak, aby rovnost byla pokaždé splněna:

a) $\left(\frac{2}{x} + \dots \right)^2 = \dots + 1 + \dots$ b) $(\dots + \dots)^2 = \dots + a + \frac{a^4 b^2}{36}$

a) $\left(\frac{2}{x} + \frac{x}{4} \right)^2 = \frac{4}{x^2} + 1 + \frac{x^2}{16}$ Podmínky: $x \neq 0$

b) $\left(\frac{3}{ab} + \frac{a^2 b}{6} \right)^2 = \frac{9}{a^2 b^2} + a + \frac{a^4 b^2}{36}$ Podmínky: $a \neq 0, b \neq 0$

5. Doplňte tak, aby rovnost byla pokaždé splněna:

a) $\left(\frac{4}{5x} - \dots \right)^2 = \dots - 1 + \dots$ b) $(\dots + \dots)^2 = \dots + 2y + \frac{49y^2}{9x^2}$

a) $\left(\frac{4}{5x} - \frac{5}{8}x \right)^2 = \frac{16}{25x^2} - 1 + \frac{25}{64}x^2$ Podmínky: $x \neq 0$

b) $\left(\frac{3}{7}x + \frac{7y}{3x} \right)^2 = \frac{9}{49}x^2 + 2y + \frac{49y^2}{x^2}$ Podmínky: $x \neq 0$

6. Zjednoduř výraz a stanov podmínky: $\left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{c}{ab}\right] : \left[a - \frac{2a-b-c}{3}\right]$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{c}{ab}\right] : \left[a - \frac{2a-b-c}{3}\right] = \\ & = \frac{b+a+c}{ab} : \frac{3a-(2a-b-c)}{3} = \\ & = \frac{a+b+c}{ab} : \frac{3a-2a+b+c}{3} = \\ & = \frac{\cancel{a+b+c}}{ab} \cdot \frac{3}{\cancel{a+b+c}} = \underline{\underline{\frac{3}{ab}}} \end{aligned}$$

Podmínky: $a \neq 0, b \neq 0, a+b+c \neq 0$

7. Doplňte tak, aby rovnost byla pokaždé splněna:

a) $(\dots + \dots)^2 = \dots + x + \frac{4}{x^2}$ b) $\left(\frac{3}{8}a - \dots\right)^2 = \dots - 2ab + \dots$

a) $\left(\frac{x^2}{4} + \frac{2}{x}\right)^2 = \frac{x^4}{16} + x + \frac{4}{x^2}$ Podmínky: $x \neq 0$

b) $\left(\frac{3}{8}a - \frac{8}{3}b\right)^2 = \frac{9}{64}a^2 - 2ab + \frac{64}{9}b^2$

8. Rozlož na součin: a) $5x + xy^2 + 5y^2 + x^2$ b) $64x^2 - 144x^4$ c) $2x^3 - y^3 + x^2y - 2xy^2$

a) Nejdříve popřeházíme neznámé v zadání, poté vytkneme podtržené:

$$\begin{aligned} 5x + xy^2 + 5y^2 + x^2 &= 5x + 5y^2 + x^2 + xy^2 = \\ &= 5 \cdot \underline{(x + y^2)} + x \underline{(x + y^2)} = \underline{\underline{(x + y^2)(5 + x)}} \end{aligned}$$

b) $64x^2 - 144x^4 = 16x^2 \overbrace{(4 - 9x^2)}^{A^2 - B^2} = \underline{\underline{16x^2(2 - 3x)(2 + 3x)}}$

c)

$$\begin{aligned} 2x^3 - y^3 + x^2y - 2xy^2 &= 2x^3 - 2xy^2 + x^2y - y^3 = \\ &= 2x(x^2 - y^2) + y(x^2 - y^2) = (x^2 - y^2)(2x + y) = \\ &= \underline{\underline{(x - y)(x + y)(2x + y)}} \end{aligned}$$

9. Rozlož na součiny:

a) $6ax - 5xy - 2ay + 15x^2$

b) $81 - (a - 5)^2$

a)

$$\begin{aligned} 6ax - 5xy - 2ay + 15x^2 &= 6ax - 2ay + 15x^2 - 5xy = \\ &= 2a(3x - y) + 5x(3x - y) = \underline{\underline{(3x - y)(2a + 5x)}} \end{aligned}$$

b)

Rozdíl čtverců!

$$\begin{aligned} 81 - (a - 5)^2 &= [9 - (a - 5)] \cdot [9 + (a - 5)] = \\ &= \underline{\underline{[14 - a] \cdot [4 + a]}} \end{aligned}$$

10. Sečtěte zlomky a zjednodušte: $\frac{3a}{1-a} + \frac{3a}{a+1} - \frac{6}{1-a^2}$

$$\begin{aligned} \frac{3a}{1-a} + \frac{3a}{1+a} - \frac{6}{(1-a)(1+a)} &= \frac{3a(1+a) + 3a(1-a) - 6}{(1-a)(1+a)} = \\ &= \frac{3a + 3a^2 + 3a - 3a^2 - 6}{(1-a)(1+a)} = \frac{3a + 3a^2 + 3a - 3a^2 - 6}{(1-a)(1+a)} = \\ &= \frac{6a - 6}{(1-a)(1+a)} = \frac{6 \cancel{(a-1)}^{(-1)}}{\cancel{(1-a)} (1+a)} = \frac{-6}{1+a} \end{aligned}$$

Podmínky: $a \neq \pm 1$