

Test z vysokoškolské matematiky – řešení

Každá otázka je za 1 bod, celkový počet bodů je 20.

1. Determinant je:
číslo přiřazené čtvercové matici

Správná odpověď je c)

2. Hodnost matice $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ je:

Hodnost matice je počet nenulových řádků v trojúhelníkové matici: $h = 2$

Správná odpověď je b)

3. Soustava rovnic
$$\begin{aligned} 2x + 4y + z &= 13 \\ -y + 6z &= 16 \\ 2z &= 6 \end{aligned}$$

má řešení:

$$2z = 6 \Rightarrow z = 3$$

$$-y + 6z = 16 \Rightarrow y = 2$$

$$2x + 4y + z = 13 \Rightarrow x = 1$$

Správná odpověď je b)

4. Soustava rovnic
$$\begin{aligned} x - y + z &= 6 \\ x + y - 2z &= 3 \\ 2x - 2y + 2z &= 12 \end{aligned}$$

Třetí řádek je dvojnásobkem prvního, jednu neznámou můžeme volit libovolně \Rightarrow soustava má ∞ mnoho řešení.

Správná odpověď je c)

5. Soustava rovnic
$$\begin{aligned} x + y + z &= 4 \\ 2x + 2y + 2z &= 4 \\ x + y + 2z &= 8 \end{aligned}$$

Pokud $x + y + z = 4$, tak $2x + 2y + 2z$ nemůže být rovno 4 \Rightarrow soustava nemá řešení

Správná odpověď je b)

6. Součin matice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$ a $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ je:

Matice $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ je jednotková, pokud násobíme jednotkovou maticí, výsledek se nemění.

Správná odpověď je d)

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 (1 - 0) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \infty$

Správná odpověď je c)

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x =$

$\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x = \infty$ Hodnoty funkce $f(x) = 2^x$ jsou větší a větší $f(3) = 2^3 = 8$

$$f(8) = 2^8 = 256$$

$$f(10) = 2^{10} = 1024 \text{ atd.}$$

Správná odpověď je d)

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x =$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ Definice e – Eulerovo číslo, $e = 2,71828$

Správná odpověď je a)

10. $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 4) =$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 4) = 2 \cdot 3 - 4 = 2$$

Správná odpověď je b)

11. Derivace funkce x^3 je:

$$(x^3)' = 3x^2$$

Správná odpověď je c)

12. Derivace funkce $2x^2 + x + 5$ v bodě $x = 2$ je:

$$(2x^2 + x + 5)' = 2 \cdot 2x + 1 = 4x + 1 \quad 4 \cdot 2 + 1 = 9$$

Správná odpověď je d)

13. Směrnice tečny k funkci $\ln x$ v bodě $x = 4$ je:

$$\text{Směrnice tečny je hodnota derivace v bodě: } f(x) = \ln x \quad f'(x) = \frac{1}{x} \quad f'(4) = \frac{1}{4} = 0,25$$

Správná odpověď je a)

14. Úhel, který svírá tečna k funkci e^x v bodě $x = 0$ s osou x je:

Platí $f'(x) = \text{tg } \alpha$, kde α je hledaný úhel.

$$f(x) = e^x \quad f'(x) = e^x \quad f'(0) = 1 \quad \text{tg } 45^\circ = 1$$

Správná odpověď je b)

15. Výsledkem $\int 2x \, dx$ může být:

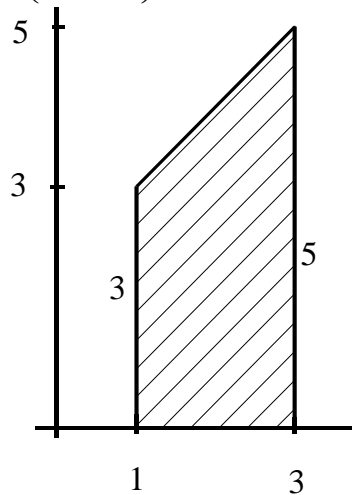
$$\int 2x \, dx = x^2 + c$$

Správná odpověď je b)

16. Výsledkem $\int_1^3 (x+2) \, dx$ je:

$$\int_1^3 (x+2) \, dx = \left[\frac{x^2}{2} + 2x \right]_1^3 = \left(\frac{3^2}{2} + 2 \cdot 3 \right) - \left(\frac{1^2}{2} + 2 \cdot 1 \right) = \left(\frac{9}{2} + 6 \right) - \left(\frac{1}{2} + 2 \right) = 8$$

Je to také obsah obrazce:



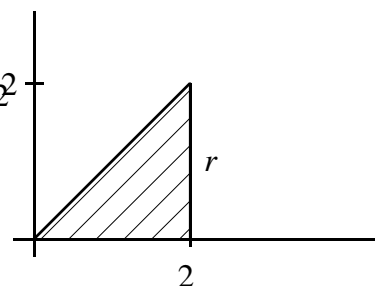
Správná odpověď je d)

17. Objem tělesa, které vznikne rotací křivky $y = x$ kolem osy x na intervalu $\langle 0; 2 \rangle$ je:

$$V = \pi \int_0^2 (x)^2 \, dx = \pi \int_0^2 x^2 \, dx = \pi \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \pi \left(\frac{2^3}{3} - \frac{0^3}{3} \right) = \frac{8}{3} \pi$$

Je to také objem kužele o výšce $v = 2$ a poloměru podstavy $r = 2$

Správná odpověď je a)



18. Řešení diferenciální rovnice $y' = y$ může být funkce:

$$(x)' = 1 \neq x \quad (e^x)' = e^x \quad (1)' = 0 \neq 1 \quad (x^2)' = 2x \neq x^2$$

Správná odpověď je b)

19. Součet nekonečné řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$ je:

Jedná se o harmonickou řadu.

$$1 + \frac{1}{2} + \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}_{> \frac{1}{2}} + \underbrace{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}}_{> \frac{1}{2}} + \underbrace{\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16}}_{> \frac{1}{2}} + \dots = \infty$$

Správná odpověď je d)

20. Rozhodněte, pro která $x \in \mathbb{R}$ je funkce $f(x) = x^3 - 6x^2 + 7x - 2$ konkávní:

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 7$$

$$f''(x) = 6x - 12$$

$$f''(x) < 0 \text{ pro } x < 2$$

Správná odpověď je b)

Tabulka pro vyhodnocení:

Matematika – 05 – VŠ

| Body | Známka | Hodnocení |
|---------|--------|---|
| 17 – 20 | 1 | Super. Stále jsi ve vysokoškolské matematice doma. |
| 13 – 16 | 2 | Blahopřeji. K vrcholu matematiky nemáš tak daleko. |
| 7 – 12 | 3 | Výtečná práce. Na takový výsledek dosáhne jen nepatrná část populace. |
| 3 – 6 | 4 | Jde to. Slušný pokus o vysokoškolskou matiku. |
| 0 – 2 | 5 | Statečný souboj s nejnáročnější matematikou jaká se u nás učí. |